פתרון ממן 13

שאלה 1:

א. כן, הגרפים איזומורפיים.   
    ההתאמה בין הצמתים של הגרף השמאלי והימני:  f(a) = a, f(b) = b, f(c) = d, f(d) = c

ב. מסמך האישור: ההתאמה בין הצמתים של שני הגרפים. צריך לבדוק שקשת כלשהי קיימת    
    בגרף הראשון אם ורק אם הקשת המתאימה קיימת בגרף השני.

שאלה 3 :

בהינתן הקלט http://opal.openu.ac.il/pluginwiris/filter/wrs_showimage.php/9fb8319a628529c5a249bba1ae7b84de.png לבעיית המעגל האוילרי, אלגוריתם הרדוקציה יבנה גרף חדש http://opal.openu.ac.il/pluginwiris/filter/wrs_showimage.php/f4a218882da2045efc1793580c6231e9.png שיהיה זהה לגרף

http://opal.openu.ac.il/pluginwiris/filter/wrs_showimage.php/94ef3c9b11e37d55a1a77faeb3bb24a9.png, פרט לכך שלכל קשת בגרף יינתן משקל של 1.

הקלט לבעיית הדוור הסיני יהיה  http://opal.openu.ac.il/pluginwiris/filter/wrs_showimage.php/2e0a3c9065fb6a952d31986e4cd153f0.png כאשר http://opal.openu.ac.il/pluginwiris/filter/wrs_showimage.php/70d30643d6fd3710f04ae84f55061f15.png שווה למספר הקשתות בגרף http://opal.openu.ac.il/pluginwiris/filter/wrs_showimage.php/f4a218882da2045efc1793580c6231e9.png.

נוכיח שהרדוקציה נכונה:

כיוון אחד: נניח שקיים  בגרף http://opal.openu.ac.il/pluginwiris/filter/wrs_showimage.php/94ef3c9b11e37d55a1a77faeb3bb24a9.pngמעגל אוילרי. המעגל הזה הוא מסלול סגור בגרף http://opal.openu.ac.il/pluginwiris/filter/wrs_showimage.php/f4a218882da2045efc1793580c6231e9.png שעובר בכל קשתות הגרף

ומשקלו בדיוק http://opal.openu.ac.il/pluginwiris/filter/wrs_showimage.php/70d30643d6fd3710f04ae84f55061f15.png.

כיוון שני: נניח שקיים בגרף http://opal.openu.ac.il/pluginwiris/filter/wrs_showimage.php/f4a218882da2045efc1793580c6231e9.png מסלול סגור שעובר בכל קשתות הגרף ומשקלו אינו עולה על  http://opal.openu.ac.il/pluginwiris/filter/wrs_showimage.php/70d30643d6fd3710f04ae84f55061f15.png. מכיוון שמשקל

המסלול אינו עולה על  http://opal.openu.ac.il/pluginwiris/filter/wrs_showimage.php/70d30643d6fd3710f04ae84f55061f15.png, ברור שהמסלול עובר בכל קשת בדיוק פעם אחת ולכן המסלול הסגור הזה הוא מעגל

אוילרי בגרף http://opal.openu.ac.il/pluginwiris/filter/wrs_showimage.php/94ef3c9b11e37d55a1a77faeb3bb24a9.png.

שאלה 4 א :

האינדקס הכרומטי של מעגל באורך זוגי הוא 2. אפשר להתחיל מאיזושהי קשת ולצבוע את הקשתות בשני צבעים לסירוגין. (אדום, ירוק, אדום, ירוק...)

האינדקס הכרומטי של מעגל באורך אי-זוגי הוא 3. ראשית, קל לראות ששני צבעים לא יספיקו.   
כדי לצבוע את המעגל ב-3 צבעים אפשר להתחיל מאיזושהי קשת ולצבוע את הקשתות בשני צבעים לסירוגין. לצביעת הקשת האחרונה יידרש צבע נוסף.

שאלה 5:

5

**פתרון שאלה 5**

א. האלגוריתם חמדני כי הוא בוחר את הפריטים לפי השווי ליחידת משקל, מבלי להפעיל ראייה ארוכת-טווח. *O*(*n*log*n*) זמן הריצה של האלגוריתם הוא .( , בגלל המיון בשורה ( 1

אין מקום בתרמיל, האלגוריתם החמדני לבעיה בשברים היה לוקח רק חלק *k* -ב. מכיוון שלפריט ה ממנו. לכן מתקיים 11*kfGreedyikiMvv*−−=<Σ + .

ג. הפתרון האופטימלי לבעיה בשברים הוא בוודאי טוב לפחות כמו הפתרון האופטימלי לבעיה *OPT*≤ *Mf*−*Greedy* בשלמים, ולכן מתקיים .

ד. 1111112max(,)max(,)2*kkkfGreedyikikikiiiOPTMvvvvOPTvv*−−−−===≤<Σ+≤⋅Σ⇒≤Σ

האי-שוויון הראשון נובע מסעיף ג' והאי-שוויון השני נובע מסעיף ב'.